

ORGANIZAÇÕES PRAXEOLÓGICAS SOBRE FUNÇÃO EXPONENCIAL: UMA ABORDAGEM DO LIVRO DIDÁTICO

Rita Lôbo Freitas – Saddo Ag Almouloud
ritalobof@gmail.com – saddoag@gmail.com
UNEB/PUC-SP-Brasil- PUC-SP-Brasil

Tema: Formação Inicial

Modalidade: CB

Nível Educativo: Terciário- Universitário

Palavras chave: Praxeologias, Função Exponencial, Livro Didático, Formação de Professores

Resumo

Este artigo objetiva relatar os resultados de um estudo realizado em livros didáticos acerca do objeto matemático função exponencial. Tal estudo se realizou no âmbito de nossa pesquisa de mestrado a partir da concepção de que os professores têm como apoio esse tipo de material, quando não raras vezes, é o único utilizado. Como nossa pesquisa visa investigar o conjunto de praxeologias utilizadas em uma formação inicial de professores de um curso de licenciatura em matemática, acreditamos que este estudo é relevante para responder à nossa questão de investigação. Propusemos realizar uma análise crítica de livros didáticos em confrontação com os documentos oficiais nacionais do ensino médio. Os livros analisados foram selecionados a partir da indicação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Em nossas análises buscamos apoio na Teoria do Antropológico do Didático (TAD) proposta por Yves Chevallard (1999), partindo dos conceitos de objetos ostensivos e não ostensivos, na instituição de origem, livro didático. Tal levantamento se caracterizou como uma análise praxeológica com ênfase na abordagem didática e nos tipos tarefas e técnicas a elas associadas, bem como os blocos teórico-tecnológicos que justificam as técnicas.

Introdução

O presente trabalho tem por objetivo apresentar os resultados das análises realizadas em livros didáticos brasileiros utilizados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), realizado em 2012 para o Ensino Médio, tomando como base o objeto matemático função exponencial. Apoiamo-nos na Teoria Antropológica do Didático (TAD) para as análises das organizações matemática e didáticas propostas nos livros, a partir de dois blocos: prático técnico (t/τ) e tecnológico teórico (θ, ϕ).

Para escolha do livro didático no ano de 2012, o professor da rede pública teve como base o Guia de livros didáticos, documento elaborado pelo Ministério da Educação (MEC), cujo objetivo é auxiliar o professor na escolha do livro que utilizará a partir os anos subsequentes.

O documento trouxe resenhas das obras e também apresenta os critérios para a avaliação das mesmas ressaltando a importância do livro didático para contribuir com a

formação do indivíduo na etapa do ensino médio, tendo como princípios gerais a Lei de Diretrizes e Bases da Educação e nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM). Com base nesses critérios foram selecionados aqueles que julgamos mais adequados e pudemos redefinir a seleção dos livros. De acordo com o quadro a seguir os livros E, F e G foram identificados com aqueles que mais se enquadraram aos critérios de seleção, os quais identificaram nas análises como livro A, B e C e Autor A, B e C respectivamente.

Quadro 1-Critérios de seleção dos livros

CRITÉRIOS/TÍTULOS	A	B	C	D	E	F	G
O livro inicia pela apresentação de textos que contextualizam histórica ou socialmente o conhecimento e contribuem para motivar a sistematização do conteúdo, seguida de novos problemas resolvidos e propostos.							
Exercícios envolvendo questões da sociedade moderna, bem contextualizados e desafiadores.							
Exercícios entremeados aos tópicos que subdividem a apresentação dos conteúdos							
Atividades que estimulam a interação dos alunos e o trabalho em grupo.							
Exercícios inovadores e desafiadores.							
Exercícios que incentivam o usam diferentes estratégias de resolução							
Exercícios que valorizam a verificação de processos e validação de respostas							

Fonte: Adaptação de Brasil (2006)

Contribuições da Teoria Antropológica do Didático (TAD)

Encontramos na Teoria Antropológica do Didático (TAD) aspectos nos quais identificamos as formulações que julgamos adequadas para nos auxiliar na análise dos livros didáticos escolhidos. Para Chevallard (1999), a atividade matemática se caracteriza como atividade humana e também atividade das instituições sociais, regulada por um conjunto de tarefas, técnicas, tecnologia e teoria.

Segundo Almouloud (2007), “toda prática institucional pode ser analisada sob diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineadas. O cumprimento de toda a tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica”, ou seja, uma maneira de fazer uma tarefa.

De acordo com CHEVALARD (1992, p.127):

Um objeto existe a partir do momento que uma pessoa X ou uma instituição I o reconhece como existente (para ela). Mais

precisamente, podemos dizer que o objeto O existe para X (respectivamente par I) se existir um objeto, que denotarei por $R(X,O)$ (respectivamente $R_I(O)$, a que chamarei de relação pessoal de X com O (respectivamente relação institucional de I com O).
(tradução nossa)

Análise dos livros

A análise dos livros foi dividida em duas categorias: tratamento matemático do ponto de vista didático e tipos de tarefas. Em cada item procedemos a uma descrição detalhada da abordagem de cada autor, com reflexões críticas do que foi detectado, aqui apresentaremos os principais resultados. Além disso, destacamos com letras em itálico os objetos ostensivos e não ostensivos identificados nos livros textos.

Tratamento matemático do ponto de vista didático

Sobre a apresentação inicial do conteúdo os três livros iniciam a abordagem com uma situação-problema, tende como proposta a construção de uma *tabela* para representar a relação de crescimento entre as grandezas envolvidas, seja com modelos da biologia ou da matemática financeira (situação problema que relaciona a equação de montante $M = c \cdot (1 + i)^n$). Em seguida constrói o *gráfico* a partir dos dados da tabela. E assim é apresentada a função exponencial como se automaticamente, ao aluno fosse possível visualizar o gráfico.

O Autor A retomou a tabela para introduzir conceito formal de *função exponencial* e apresenta a forma algébrica da lei que correspondeu à função do problema. “A função f , de \mathbb{R} em \mathbb{R} , que a cada número x associa o úmero a^x , com $a > 0$ e $a \neq 1$, foi denominada função exponencial de base a ou seja : $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto y$, com $a > 0$ e $a \neq 1$ ”(LIVRO A, p.173). Em seguida apresenta vários exemplos de função exponencial com diferentes valores para a a partir da equação $f(x) = a^x$.

Em seguida introduziu-se uma atividade de cálculo de diferentes potências, de expoente racional. Na sequência foram apresentadas as propriedades de potencia de números reais como propriedades da *função exponencial*: “(i) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $a \neq 0$; (ii) $a^m : a^n = a^{m-n}$, $a \neq 0$; (iii) $(a^n)^m = a^{m \cdot n}$; (iv) $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, $n \in \mathbb{N} / n > 1$; (v) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ”

$a \neq 0$, além das propriedades, vale lembrar: $a^0 = 1$; se $a > 0$ e $a \neq 1$, teremos $a^m = a^n$ apenas se $m = n$ "(LIVRO A, p.175)

O Autor B seguiu essa mesma abordagem no que se refere às propriedades, mas só apresentou o conceito formal de funções depois de ter trabalhado exercícios e com notação científica. Além disso, desenvolveu cada propriedade a partir da definição da operação potenciação. Este autor definiu função exponencial da seguinte forma: "Chamamos função exponencial toda função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ definida por $f(x) = a^x$ ou $y = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$ ". (LIVRO B, 2010, p. 195). De uma forma geral todos os autores trabalharam com atividades referentes à aplicação das propriedades.

Sobre o item *gráfico cartesiano da função exponencial*, os autores apresentaram dois modelos de gráficos (crescente e decrescente) e depois exercícios com problemas, todos trouxeram a definição algébrica para crescimento e decrescimento.

Sobre interpretação gráfica da função exponencial foi possível notar que o Livro C, avançou na abordagem em relação ao Livro A e B, inclusive na proposição de tarefas específicas de interpretação gráfica após abordá-la de forma geral.

No que se refere à *equação e inequação exponencial* os autores partiram de exemplos, como "modelos matemáticos de resolução" e novamente mais exercícios propostos. Chamaremos este modelo de *conteúdo-tarefa*. Apenas o livro C apresentou propostas de resolução de problemas usando equações e inequações.

A abordagem das propriedades pelo Autor A, está fortemente ligada a um estudo por memorização, não apareceram elementos construtores de conceitos nos quais os alunos poderiam chegar às propriedades que fundamentam o tratamento algébrico com as funções exponenciais. Esse trabalho seria feito a partir de construções numéricas até chegar a uma generalização algébrica. Em que pese que o estudo das operações de potência seja, *a priori*, desenvolvido no ensino fundamental, seria uma oportunidade de romper com a memorização de conceitos.

Bloco Prático Técnico (T/τ)

De acordo com Chevallard (1999), uma praxeologia relativa a tarefas T precisa (em princípio) uma maneira de realizar, para executar as tarefas $\tau \in T$: como uma maneira de saber fazer (τ), do grego tekhnê, saber fazer. Um praxeologia sobre o tipo de tarefas T contém, em princípio, uma técnica em τ relativa a uma tarefa T .

Sobre as tarefas (T) encontradas nos livros didáticos analisados percebeu-se uma diferença na variedade de tarefas e uma priorização por certo tipos de tarefas, em detrimento de outras. Os livros A e C apresentaram praticamente a mesma quantidade de tarefas, de acordo com o quadro 4. No entanto, o livro C apresentou melhor distribuição das tarefas e outros tipos não apresentados no Livro A e B. Essas escolhas realizadas pelos autores podem indicar a concepção de ensino e aprendizagem subjacente, na proposta didática do livro, pelo menos no que diz respeito à função exponencial.

O Livro C também apresentou uma maior quantidade de tarefas com o caráter de situações problema que o Livro A e B, além de relacionar diferentes contextos matemáticos, como cálculo de área de figuras planas, determinação da função composta e enfoque na interpretação gráfica. Isto denotou uma clara intenção do autor em trabalhar interpretação textual e relacionar o conceito matemático em jogo a uma situação contextualizada, resgatando os conceitos discutidos, fato pouco identificado nos demais livros.

Para fins de nossas análises propomos um quadro de classificação dos tipos de tarefas, usando a noção de Organização Praxeológica Matemática. As tarefas foram agrupadas em categorias construídas com base no estudo do objeto matemático Função Exponencial apoiado nas OCEM (2006) e no guia de livros didáticos, Brasil (2011).

QUADRO 2- Descrição das tarefas sobre Função Exponencial

TAREFA (T)	DESCRIÇÃO DO TIPO DE TAREFAS	LIVROS		
		A	B	C
T_1	Representar algebricamente uma função exponencial (lei de formação), a partir de um contexto de situação problema.	2	3	7
T_2	Construir o gráfico de uma função exponencial partir de sua representação algébrica.	5	3	4
T_3	Determinar a lei de associação de uma função exponencial, a partir de sua representação gráfica.	0	0	1
T_4	Resolver situações problema, a partir do modelo da função exponencial envolvendo a manipulação das variáveis x e y	2	12	22
T_5	Interpretar graficamente o crescimento ou decrescimento da função exponencial.	1	4	0
T_6	Resolver situações problemas de aplicação da função exponencial, que apareça a função inversa.	0	0	0
T_7	Representar a função exponencial a partir de uma progressão geométrica.	4	0	1
T_8	Expressar algebricamente a função exponencial a partir do modelo de juros compostos.	1	1	0

Fazendo uma análise dos tipos de tarefas que aparecem nos livros A, B e C de uma forma geral, percebeu-se que em relação à quantidade de tarefas os títulos A e C se equiparam. Os livros B e C apresentaram uma variedade maior de tipos de tarefas, sobretudo aquelas que se caracterizam com situações problema. O livro A demonstrou claramente uma priorização de modelos algorítmicos e de memorização e repetição em forma de exercícios, em detrimento de modelos de resolução de problemas, apesar de também apresentá-los.

Uma tarefa importante não priorizada nos livros A e C foi a interpretação gráfica do crescimento ou decrescimento da função, apenas uma tarefa no livro A, no livro B aparecem quatro tarefas de interpretação gráfica, com manipulação de variáveis algébricas. Isto denotou pouca importância dada ao registro gráfico e à compreensão do conceito de função exponencial a partir deste sistema semiótico de representação. Com efeito, não apareceram tarefas que poderiam possibilitar a articulação e mudança entre sistemas de registros de representação. Sobre as técnicas (τ) relacionadas aos tipos de tarefas (T) identificadas no quadro anterior delineou-se as seguintes técnicas relacionadas às tarefas:

QUADRO 3- Descrição das tarefas/técnicas

(T, τ)	Tarefas/Técnicas
(T_1, τ_1)	Ler e interpretar uma situação problema, descrita em linguagem natural, modelando matematicamente uma equação de natureza exponencial;
(T_2, τ_2)	Atribuir valores adequados para a variável x , substituir na lei da função resolvendo uma equação exponencial, a partir daí definir pares ordenados a serem marcados (pode-se fazer uso de uma tabela) como pontos no plano cartesiano. A última etapa é ligar os pontos encontrando a curva exponencial;
(T_3, τ_3)	Identificar no gráfico os valores de x e y de acordo com a curva, substituir esses valores em uma lei geral, genérica de função exponencial: $f(x) = a^x$, encontrando a partir da resolução de uma equação a lei geral da função representada pelo gráfico;
(T_4, τ_4)	Identificar os valores para as variáveis x e y a partir do contexto e da lei geral da função dada, substituir na lei da função os valores de x ou de y e resolver a equação exponencial;
(T_5, τ_5)	Interpretar o crescimento ou decrescimento da função a partir do gráfico, avaliando o comportamento dos valores de y a medida que se aumentam os valores de x e assim verificar como y se comporta se cresce ou decresce, identificar os pares ordenados (x, y) ;
(T_6, τ_6)	Resolver uma equação inversa da equação exponencial, ou seja, uma equação logarítmica;
(T_7, τ_7)	A partir de lei geral uma progressão geométrica, identificar cada elemento como os elementos de uma função exponencial resolvendo a equação, quando necessário;
(T_8, τ_8)	Ler e interpretar situações problema do campo financeiro fazendo a correlação com valores do montante (M) dos juros (j) e do período (n), como elementos de uma equação exponencial;

A partir das tarefas desenhadas no quadro anterior definimos os blocos teóricos tecnológicos.

Bloco Tecnológico Teórico (θ, ϕ)

Para Chevallard (1999) uma tecnologia é um discurso racional que tem como primeira função justificar a técnica, de modo que ela permita executar as tarefas do tipo T. Qualquer bloco tarefa/técnica é sempre acompanhado de no mínimo um vestígio de tecnologia. Como por exemplo, achar um determinado resultado solicitado na tarefa, função da técnica, e justificar se o resultado solicitado está correto, função da tecnologia. Assim definimos bloco tecnológico teórico (θ, ϕ) , como sendo aquele que justifica a técnica utilizada em uma tarefa. Nas tarefas propostas para função exponencial identificamos os seguintes blocos:

$(\theta_1 \phi_1)$: Para as tarefas $T_1, T_7, e T_8$ o bloco tecnológico teórico que justifica a técnica é composto por : habilidade de leitura e interpretação e associação do modelo exponencial por meio da definição e de sua lei de associação com os modelos de progressão geométrica e juros compostos.

θ_2, ϕ_2 : Este bloco tecnológico teórico justifica a técnica utilizada nas tarefas T_4 e T_6 de resolução de equação por meio da propriedade geral de função exponencial e de potenciação: $a^{x_1} = a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 = x_2$, com $a \neq 1$ e $a > 0$ ” (LIVRO C, p.167),

$(\theta_3 \phi_3)$: As tarefa $T_2, T_3, e T_5$ estão relacionadas às habilidades de manipulação de registros gráficos, uso das variáveis x , y em quanto par ordenado (x, y) , sendo justificadas pela identificação de função crescente e decrescente ou seja: se $a > 1$, a função é crescente, $x_1 > x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$ e se $0 < a < 1$, a função é decrescente: $x_1 > x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$. Há presença da habilidade de mudança do registro algébrico para o registro gráfico em termos da lei geral de associação da função exponencial.

Considerações Finais

Concluimos, portanto que apesar de os três livros analisado contemplarem algumas tarefas importantes, ainda há uma fragmentação no tratamento dos conceitos relativos à função exponencial sob o ponto de vista daquelas tarefas propostas como fundamentais

para o desenvolvimento do conceito de função exponencial. Ressaltamos que o Livro B e C apresentaram uma abordagem mais coerente com o uso de resolução de problemas. Nessas observações podemos destacar que existem claramente dois tipos de técnicas relacionadas às tarefas encontradas.

- i) Um modelo de tarefa/técnica baseado em memorização e algoritmização muito utilizado pelo livro A.
- ii) Um modelo tarefa/técnica que prioriza uma elaboração mais interpretativa e o raciocínio crítico, esse é mais adotado pelos livros B e C.

Detectamos também que aqueles critérios usados pelo MEC, para escolha dos livros didático não podem ser garantidos em todos os capítulos dos mesmos. Esta conclusão parte da constatação de que no capítulo referente á função exponencial, apresentado pelos livros, tais critérios não se aplicam em sua totalidade. Foi relevante deter o olhar sobre o livro didático considerando que no experimento que será realizado, na pesquisa com os futuros professores, selecionaremos as tarefas significativas dos livros escolhidos para utilizá-las em uma sequência didática com o objetivo de construí o conceito de função exponencial.

Referencias Bibliográficas

- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática*. Curitiba. Ed. UFPR.
- Brasil. (2011). *Guia de livros didáticos: PNLD 2012 : Matemática*. Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica.
- Brasil. (2006). *Orientações Curriculares para o Ensino Médio. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Ministério da Educação (MEC). Brasília.
- Chevallard, Y. (1999) *El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico*. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, nº 2, pp. 221-266.
- Ribeiro, J. (2012). *Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia*. 1º ano. São Paulo, editora Scipione.
- Smole, K. S.; Diniz, M. I. de S. V. (2010). *Matemática Ensino Médio*. Vol. 1. 6 ed. São Paulo, Editora Saraiva.
- Souza, J. (2011). *Novo Olhar: Matemática*. Vol. 1. São Paulo, Editora FTD.